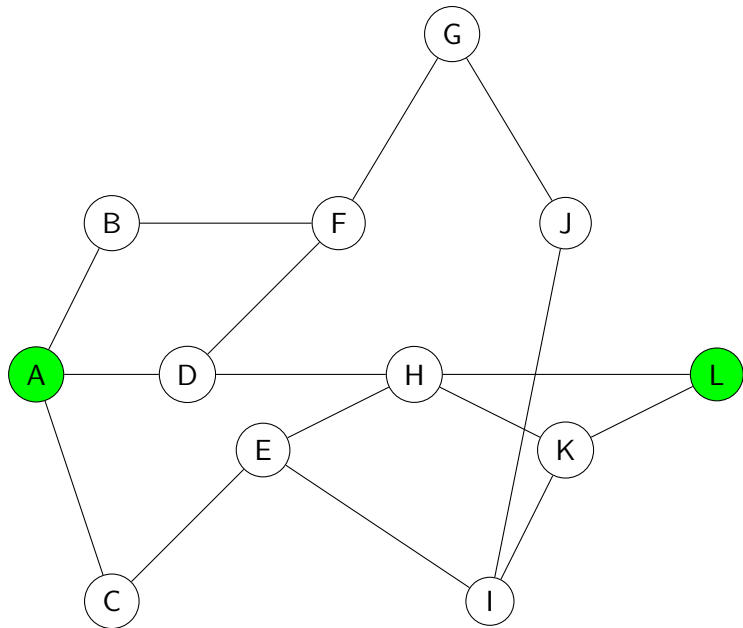


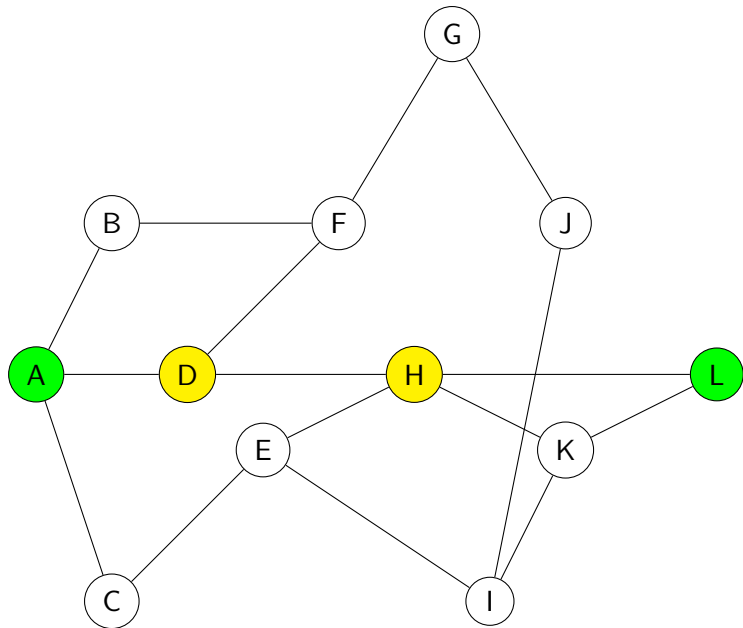
Hur svårt kan det vara?

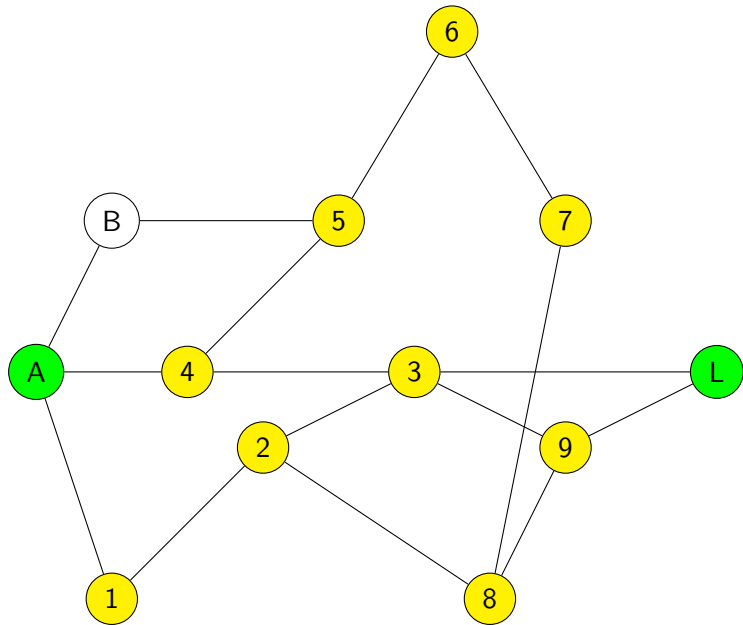
Jeremias Berg

Språk och Bad

28 januari 2014







- Två olika problem.
- Visa hur deras svårighet kan jämföras.

Sudoku

	2		5		1		9	
8			2		3			6
	3			6			7	
		1				6		
5	4						1	9
		2				7		
	9			3			8	
2			8		4			7
	1		9		7		6	

Sudoku

4	2	6	5	7	1	3	9	8
8	5	7	2	9	3	1	4	6
1	3	9	4	6	8	2	7	5
9	7	1	3	8	5	6	2	4
5	4	3	7	2	6	8	1	9
6	8	2	1	4	9	7	5	3
7	9	4	6	3	2	5	8	1
2	6	5	8	1	4	9	3	7
3	1	8	9	5	7	4	6	2

Hur svårt kan det vara?



	1		
		2	
			4
3			

	2		5		1		9	
8			2		3			6
	3			6			7	
		1				6		
5	4						1	9
		2				7		
	9			3			8	
2			8		4			7
	1		9		7		6	

	2			3	14	8						13	4	24		7	1						
	10	17			6	18		22	16		12			1				13	19				
	15	24	13	7			4	10			3	14	18				22	2	6				
		1	21			15	22			19	13		8				16	18	20				
	5		20	7	25	19			21	17	18	2	10	12	22	9	15	11					
11				22	8		24	7	1	5			13	16	17	25	23	2	4	6	19		
16	9	12	17		19	22					18	21		20	6	13		7			23	11	
		6	21	9	16		3			22	20	19				15	8	25					
		23	5		2		11	17	8			16	12	9			21		3	10			
					6		12	9	1	25		3		11			7			21			
		9		23		5	17	4	16		11	22	18	2		21	13				7		
4	6			5			2			18	21	24		19	3	12	23					17	
			12	11		7	3	24	17	20	15	13	19	1	5	8		6	9				
	22		14	19		6	16			8	9	7			24			3				1	18
		21		25	13		20	8	12		14	10	9	16	15		6					4	
		25		24			18	4		3	10	5		1			14						
			5	3		17		23	7	13			18	19	21		22			11	12		
				18	10	8				25	23	2		5	16	11	9			3			
17	20			2		22	16	6			7	12			9	3		18		23	24	25	
6		4	16	1	11	12	25	3	19				21	17	23	8		18	2				14
				4	14	24	11	19	23	21	17	16	8			1	2	9	13				5
	1	14	23					9				19	5		24		12			8	17		
	16	11	8					1		6	4		23		15				14	12	9	10	
	21	3			17					15	25	20			4	10					16	11	
		20	2		16	5	8								6	19	25						3

- Sanningsvariabler x, y, z, \dots
- Formler:

$$\begin{aligned} & x \vee y \\ & (x \vee y) \wedge (\neg z) \\ & ((x \vee y) \wedge (\neg z)) \rightarrow (v \wedge (y \vee w)) \end{aligned}$$

- Sätt *sant* eller *falskt*, åt variablerna.
- $\neg A$ sant omm A falskt
- $A \vee B$ sant omm A sant eller B sant (eller båda)
- $A \wedge B$ sant omm A sant och B sant
- $A \rightarrow B$ sant omm A falskt eller B sant.

$x \vee y$ sant om x sant eller y sant

$(x \vee y) \wedge (\neg z)$ sant om $x \vee y$ sant och z falskt

$((x \vee y) \wedge (\neg z)) \rightarrow (v \wedge (y \vee w))$ sant om $(x \vee y) \wedge (\neg z)$ falskt
 eller $(v \wedge (y \vee w))$ sant

- Givet en formel, gör den sann.
- Inte alltid möjligt.

$$a \wedge (\neg a)$$

Hur svårt kan det vara?

- $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_2)$
- $(x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_3)$

$$\begin{aligned} & ((x \vee y) \wedge (\neg z)) \rightarrow (v \wedge (y \vee w)) \wedge (x \vee (y \rightarrow z)) \wedge (z \wedge r \wedge e) \wedge \\ & ((x \vee (d \wedge z)) \rightarrow ((a \wedge b) \vee z)) \vee ((x \wedge (z \vee y)) \rightarrow (c \vee d)) \wedge (r \vee s) \end{aligned}$$

Hur svårt kan det vara?

- $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_2)$
- $(x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_3)$

$$\begin{aligned} & ((x \vee y) \wedge (\neg z)) \rightarrow (v \wedge (y \vee w)) \wedge (x \vee (y \rightarrow z)) \wedge (z \wedge r \wedge e) \wedge \\ & ((x \vee (d \wedge z)) \rightarrow ((a \wedge b) \vee z)) \vee ((x \wedge (z \vee y)) \rightarrow (c \vee d)) \wedge (r \vee s) \end{aligned}$$

Hur svårt kan det vara?

- $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_2)$
- $(x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_3)$

$$\begin{aligned} & ((x \vee y) \wedge (\neg z)) \rightarrow (v \wedge (y \vee w)) \wedge (x \vee (y \rightarrow z)) \wedge (z \wedge r \wedge e) \wedge \\ & ((x \vee (d \wedge z)) \rightarrow ((a \wedge b) \vee z)) \vee ((x \wedge (z \vee y)) \rightarrow (c \vee d)) \wedge (r \vee s) \end{aligned}$$

Vårt mål!

- Sudoku inte svårare än SAT.
- Sudoku går att beskriva som en propositionsformel.

Sudoku till SAT

	1		4
	2		
	4		1
			2

- 4 variabler per ruta $a_k^{xy} = 1$ om rutan på rad x kolumn y får värdet k .

- Tvinga siffrorna som redan finns färdigt.

$$a_1^{12} \wedge a_4^{14} \wedge a_2^{22} \wedge a_4^{32} \wedge a_1^{34} \wedge a_2^{44}$$

- Varje rad/kolumn/stor ruta måste få en av alla olika siffror:

$$(a_1^{11} \vee a_1^{12} \vee a_1^{13} \vee a_1^{14})$$

$$(a_2^{11} \vee a_2^{12} \vee a_2^{13} \vee a_2^{14})$$

$$(a_3^{11} \vee a_3^{12} \vee a_3^{13} \vee a_3^{14})$$

$$(a_4^{11} \vee a_4^{12} \vee a_4^{13} \vee a_4^{14}).$$

- Inte finnas två av samma siffra i samma ruta:

$$(a_1^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_2^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_3^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_1^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_4^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11}))$$

Sudoku till SAT

	1		4
	2		
	4		1
			2

- 4 variabler per ruta $a_k^{xy} = 1$ om rutan på rad x kolumn y får värdet k .
- Tvinga siffrorna som redan finns färdigt.

$$a_1^{12} \wedge a_4^{14} \wedge a_2^{22} \wedge a_4^{32} \wedge a_1^{34} \wedge a_2^{44}$$

- Varje rad/kolumn/stor ruta måste få en av alla olika siffror:

$$(a_1^{11} \vee a_1^{12} \vee a_1^{13} \vee a_1^{14})$$

$$(a_2^{11} \vee a_2^{12} \vee a_2^{13} \vee a_2^{14})$$

$$(a_3^{11} \vee a_3^{12} \vee a_3^{13} \vee a_3^{14})$$

$$(a_4^{11} \vee a_4^{12} \vee a_4^{13} \vee a_4^{14}).$$

- Inte finnas två av samma siffra i samma ruta:

$$(a_1^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_2^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_3^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_1^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_4^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11}))$$

Sudoku till SAT

	1		4
	2		
	4		1
			2

- 4 variabler per ruta $a_k^{xy} = 1$ om rutan på rad x kolumn y får värdet k .
- Tvinga siffrorna som redan finns färdigt.

$$a_1^{12} \wedge a_4^{14} \wedge a_2^{22} \wedge a_4^{32} \wedge a_1^{34} \wedge a_2^{44}$$

- Varje rad/kolumn/stor ruta måste få en av alla olika siffror:

$$(a_1^{11} \vee a_1^{12} \vee a_1^{13} \vee a_1^{14})$$

$$(a_2^{11} \vee a_2^{12} \vee a_2^{13} \vee a_2^{14})$$

$$(a_3^{11} \vee a_3^{12} \vee a_3^{13} \vee a_3^{14})$$

$$(a_4^{11} \vee a_4^{12} \vee a_4^{13} \vee a_4^{14}).$$

- Inte finnas två av samma siffra i samma ruta:

$$(a_1^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_2^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_3^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_1^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_4^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11}))$$

Sudoku till SAT

	1		4
	2		
	4		1
			2

- 4 variabler per ruta $a_k^{xy} = 1$ om rutan på rad x kolumn y får värdet k .
- Tvinga siffrorna som redan finns färdigt.

$$a_1^{12} \wedge a_4^{14} \wedge a_2^{22} \wedge a_4^{32} \wedge a_1^{34} \wedge a_2^{44}$$

- Varje rad/kolumn/stor ruta måste få en av alla olika siffror:

$$(a_1^{11} \vee a_1^{12} \vee a_1^{13} \vee a_1^{14})$$

$$(a_2^{11} \vee a_2^{12} \vee a_2^{13} \vee a_2^{14})$$

$$(a_3^{11} \vee a_3^{12} \vee a_3^{13} \vee a_3^{14})$$

$$(a_4^{11} \vee a_4^{12} \vee a_4^{13} \vee a_4^{14}).$$

- Inte finnas två av samma siffra i samma ruta:

$$(a_1^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_2^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_3^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_1^{11} \wedge \neg a_4^{11}))$$

$$(a_4^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11}))$$

Lösning av SAT

$$a_1^{12} \wedge a_4^{14} \wedge a_2^{22} \wedge a_4^{32} \wedge a_1^{34} \wedge a_2^{44} \wedge$$

$$(a_1^{11} \vee a_1^{12} \vee a_1^{13} \vee a_1^{14}) \wedge (a_2^{11} \vee a_2^{12} \vee a_2^{13} \vee a_2^{14}) \wedge (a_3^{11} \vee a_3^{12} \vee a_3^{13} \vee a_3^{14}) \wedge (a_4^{11} \vee a_4^{12} \vee a_4^{13} \vee a_4^{14}) \wedge (a_1^{21} \vee a_1^{22} \vee a_1^{23} \vee a_1^{24}) \wedge$$

$$(a_1^{31} \vee a_1^{32} \vee a_1^{33} \vee a_1^{34}) \wedge (a_2^{31} \vee a_2^{32} \vee a_2^{33} \vee a_2^{34}) \wedge (a_3^{31} \vee a_3^{32} \vee a_3^{33} \vee a_3^{34}) \wedge (a_4^{31} \vee a_4^{32} \vee a_4^{33} \vee a_4^{34}) \wedge (a_1^{41} \vee a_1^{42} \vee a_1^{43} \vee a_1^{44}) \wedge$$

$$(a_1^{11} \vee a_1^{21} \vee a_1^{31} \vee a_1^{41}) \wedge (a_2^{11} \vee a_2^{21} \vee a_2^{31} \vee a_2^{41}) \wedge (a_3^{11} \vee a_3^{21} \vee a_3^{31} \vee a_3^{41}) \wedge (a_4^{11} \vee a_4^{21} \vee a_4^{31} \vee a_4^{41}) \wedge (a_1^{12} \vee a_1^{22} \vee a_1^{32} \vee a_1^{42}) \wedge$$

$$(a_1^{13} \vee a_1^{23} \vee a_1^{33} \vee a_1^{43}) \wedge (a_2^{13} \vee a_2^{23} \vee a_2^{33} \vee a_2^{43}) \wedge (a_3^{13} \vee a_3^{23} \vee a_3^{33} \vee a_3^{43}) \wedge (a_4^{13} \vee a_4^{23} \vee a_4^{33} \vee a_4^{43}) \wedge (a_1^{14} \vee a_1^{24} \vee a_1^{34} \vee a_1^{44}) \wedge$$

$$(a_1^{11} \vee a_1^{21} \vee a_1^{12} \vee a_1^{22}) \wedge (a_2^{11} \vee a_2^{21} \vee a_2^{12} \vee a_2^{22}) \wedge (a_3^{11} \vee a_3^{21} \vee a_3^{12} \vee a_3^{22}) \wedge (a_4^{11} \vee a_4^{21} \vee a_4^{12} \vee a_4^{22}) \wedge (a_1^{13} \vee a_1^{23} \vee a_1^{14} \vee a_1^{24}) \wedge$$

$$(a_1^{31} \vee a_1^{41} \vee a_1^{32} \vee a_1^{42}) \wedge (a_2^{31} \vee a_2^{41} \vee a_2^{32} \vee a_2^{42}) \wedge (a_3^{31} \vee a_3^{41} \vee a_3^{32} \vee a_3^{42}) \wedge (a_4^{31} \vee a_4^{41} \vee a_4^{32} \vee a_4^{42}) \wedge (a_1^{33} \vee a_1^{43} \vee a_1^{34} \vee a_1^{44}) \wedge$$

$$(a_1^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11})) \wedge (a_2^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11})) \wedge (a_3^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_1^{11} \wedge \neg a_4^{11})) \wedge (a_4^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11})) \wedge$$

$$(a_1^{12} \rightarrow (\neg a_2^{12} \wedge \neg a_3^{12} \wedge \neg a_4^{12})) \wedge (a_2^{12} \rightarrow (\neg a_1^{12} \wedge \neg a_3^{12} \wedge \neg a_4^{12})) \wedge (a_3^{12} \rightarrow (\neg a_2^{12} \wedge \neg a_1^{12} \wedge \neg a_4^{12})) \wedge (a_4^{12} \rightarrow (\neg a_1^{12} \wedge \neg a_2^{12} \wedge \neg a_3^{12})) \wedge$$

$$(a_1^{13} \rightarrow (\neg a_2^{13} \wedge \neg a_3^{13} \wedge \neg a_4^{13})) \wedge (a_2^{13} \rightarrow (\neg a_1^{13} \wedge \neg a_3^{13} \wedge \neg a_4^{13})) \wedge (a_3^{13} \rightarrow (\neg a_2^{13} \wedge \neg a_1^{13} \wedge \neg a_4^{13})) \wedge (a_4^{13} \rightarrow (\neg a_1^{13} \wedge \neg a_2^{13} \wedge \neg a_3^{13})) \wedge$$

$$(a_1^{14} \rightarrow (\neg a_2^{14} \wedge \neg a_3^{14} \wedge \neg a_4^{14})) \wedge (a_2^{14} \rightarrow (\neg a_1^{14} \wedge \neg a_3^{14} \wedge \neg a_4^{14})) \wedge (a_3^{14} \rightarrow (\neg a_2^{14} \wedge \neg a_1^{14} \wedge \neg a_4^{14})) \wedge (a_4^{14} \rightarrow (\neg a_1^{14} \wedge \neg a_2^{14} \wedge \neg a_3^{14})) \wedge$$

$$(a_1^{21} \rightarrow (\neg a_2^{21} \wedge \neg a_3^{21} \wedge \neg a_4^{21})) \wedge (a_2^{21} \rightarrow (\neg a_1^{21} \wedge \neg a_3^{21} \wedge \neg a_4^{21})) \wedge (a_3^{21} \rightarrow (\neg a_2^{21} \wedge \neg a_1^{21} \wedge \neg a_4^{21})) \wedge (a_4^{21} \rightarrow (\neg a_1^{21} \wedge \neg a_2^{21} \wedge \neg a_3^{21})) \wedge$$

$$(a_1^{22} \rightarrow (\neg a_2^{22} \wedge \neg a_3^{22} \wedge \neg a_4^{22})) \wedge (a_2^{22} \rightarrow (\neg a_1^{22} \wedge \neg a_3^{22} \wedge \neg a_4^{22})) \wedge (a_3^{22} \rightarrow (\neg a_2^{22} \wedge \neg a_1^{22} \wedge \neg a_4^{22})) \wedge (a_4^{22} \rightarrow (\neg a_1^{22} \wedge \neg a_2^{22} \wedge \neg a_3^{22})) \wedge$$

$$(a_1^{23} \rightarrow (\neg a_2^{23} \wedge \neg a_3^{23} \wedge \neg a_4^{23})) \wedge (a_2^{23} \rightarrow (\neg a_1^{23} \wedge \neg a_3^{23} \wedge \neg a_4^{23})) \wedge (a_3^{23} \rightarrow (\neg a_2^{23} \wedge \neg a_1^{23} \wedge \neg a_4^{23})) \wedge (a_4^{23} \rightarrow (\neg a_1^{23} \wedge \neg a_2^{23} \wedge \neg a_3^{23})) \wedge$$

$$(a_1^{24} \rightarrow (\neg a_2^{24} \wedge \neg a_3^{24} \wedge \neg a_4^{24})) \wedge (a_2^{24} \rightarrow (\neg a_1^{24} \wedge \neg a_3^{24} \wedge \neg a_4^{24})) \wedge (a_3^{24} \rightarrow (\neg a_2^{24} \wedge \neg a_1^{24} \wedge \neg a_4^{24})) \wedge (a_4^{24} \rightarrow (\neg a_1^{24} \wedge \neg a_2^{24} \wedge \neg a_3^{24})) \wedge$$

$$(a_1^{31} \rightarrow (\neg a_2^{31} \wedge \neg a_3^{31} \wedge \neg a_4^{31})) \wedge (a_2^{31} \rightarrow (\neg a_1^{31} \wedge \neg a_3^{31} \wedge \neg a_4^{31})) \wedge (a_3^{31} \rightarrow (\neg a_2^{31} \wedge \neg a_1^{31} \wedge \neg a_4^{31})) \wedge (a_4^{31} \rightarrow (\neg a_1^{31} \wedge \neg a_2^{31} \wedge \neg a_3^{31})) \wedge$$

$$(a_1^{32} \rightarrow (\neg a_2^{32} \wedge \neg a_3^{32} \wedge \neg a_4^{32})) \wedge (a_2^{32} \rightarrow (\neg a_1^{32} \wedge \neg a_3^{32} \wedge \neg a_4^{32})) \wedge (a_3^{32} \rightarrow (\neg a_2^{32} \wedge \neg a_1^{32} \wedge \neg a_4^{32})) \wedge (a_4^{32} \rightarrow (\neg a_1^{32} \wedge \neg a_2^{32} \wedge \neg a_3^{32})) \wedge$$

$$(a_1^{33} \rightarrow (\neg a_2^{33} \wedge \neg a_3^{33} \wedge \neg a_4^{33})) \wedge (a_2^{33} \rightarrow (\neg a_1^{33} \wedge \neg a_3^{33} \wedge \neg a_4^{33})) \wedge (a_3^{33} \rightarrow (\neg a_2^{33} \wedge \neg a_1^{33} \wedge \neg a_4^{33})) \wedge (a_4^{33} \rightarrow (\neg a_1^{33} \wedge \neg a_2^{33} \wedge \neg a_3^{33})) \wedge$$

Lösning av SAT

$$a_1^{12} \wedge a_4^{14} \wedge a_2^{22} \wedge a_4^{32} \wedge a_1^{34} \wedge a_2^{44} \wedge$$

$$(a_1^{11} \vee a_1^{12} \vee a_1^{13} \vee a_1^{14}) \wedge (a_2^{11} \vee a_2^{12} \vee a_2^{13} \vee a_2^{14}) \wedge (a_3^{11} \vee a_3^{12} \vee a_3^{13} \vee a_3^{14}) \wedge (a_4^{11} \vee a_4^{12} \vee a_4^{13} \vee a_4^{14}) \wedge (a_1^{21} \vee a_1^{22} \vee a_1^{23} \vee a_1^{24}) \wedge$$

$$(a_1^{31} \vee a_1^{32} \vee a_1^{33} \vee a_1^{34}) \wedge (a_2^{31} \vee a_2^{32} \vee a_2^{33} \vee a_2^{34}) \wedge (a_3^{31} \vee a_3^{32} \vee a_3^{33} \vee a_3^{34}) \wedge (a_4^{31} \vee a_4^{32} \vee a_4^{33} \vee a_4^{34}) \wedge (a_1^{41} \vee a_1^{42} \vee a_1^{43} \vee a_1^{44}) \wedge$$

$$(a_1^{11} \vee a_1^{21} \vee a_1^{31} \vee a_1^{41}) \wedge (a_2^{11} \vee a_2^{21} \vee a_2^{31} \vee a_2^{41}) \wedge (a_3^{11} \vee a_3^{21} \vee a_3^{31} \vee a_3^{41}) \wedge (a_4^{11} \vee a_4^{21} \vee a_4^{31} \vee a_4^{41}) \wedge (a_1^{12} \vee a_1^{22} \vee a_1^{32} \vee a_1^{42}) \wedge$$

$$(a_1^{13} \vee a_1^{23} \vee a_1^{33} \vee a_1^{43}) \wedge (a_2^{13} \vee a_2^{23} \vee a_2^{33} \vee a_2^{43}) \wedge (a_3^{13} \vee a_3^{23} \vee a_3^{33} \vee a_3^{43}) \wedge (a_4^{13} \vee a_4^{23} \vee a_4^{33} \vee a_4^{43}) \wedge (a_1^{14} \vee a_1^{24} \vee a_1^{34} \vee a_1^{44}) \wedge$$

$$(a_1^{11} \vee a_1^{21} \vee a_1^{12} \vee a_1^{22}) \wedge (a_2^{11} \vee a_2^{21} \vee a_2^{12} \vee a_2^{22}) \wedge (a_3^{11} \vee a_3^{21} \vee a_3^{12} \vee a_3^{22}) \wedge (a_4^{11} \vee a_4^{21} \vee a_4^{12} \vee a_4^{22}) \wedge (a_1^{13} \vee a_1^{23} \vee a_1^{14} \vee a_1^{24}) \wedge$$

$$(a_1^{31} \vee a_1^{41} \vee a_1^{32} \vee a_1^{42}) \wedge (a_2^{31} \vee a_2^{41} \vee a_2^{32} \vee a_2^{42}) \wedge (a_3^{31} \vee a_3^{41} \vee a_3^{32} \vee a_3^{42}) \wedge (a_4^{31} \vee a_4^{41} \vee a_4^{32} \vee a_4^{42}) \wedge (a_1^{33} \vee a_1^{43} \vee a_1^{34} \vee a_1^{44}) \wedge$$

$$(a_1^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11})) \wedge (a_2^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_3^{11} \wedge \neg a_4^{11})) \wedge (a_3^{11} \rightarrow (\neg a_2^{11} \wedge \neg a_1^{11} \wedge \neg a_4^{11})) \wedge (a_4^{11} \rightarrow (\neg a_1^{11} \wedge \neg a_2^{11} \wedge \neg a_3^{11})) \wedge$$

$$(a_1^{12} \rightarrow (\neg a_2^{12} \wedge \neg a_3^{12} \wedge \neg a_4^{12})) \wedge (a_2^{12} \rightarrow (\neg a_1^{12} \wedge \neg a_3^{12} \wedge \neg a_4^{12})) \wedge (a_3^{12} \rightarrow (\neg a_2^{12} \wedge \neg a_1^{12} \wedge \neg a_4^{12})) \wedge (a_4^{12} \rightarrow (\neg a_1^{12} \wedge \neg a_2^{12} \wedge \neg a_3^{12})) \wedge$$

$$(a_1^{13} \rightarrow (\neg a_2^{13} \wedge \neg a_3^{13} \wedge \neg a_4^{13})) \wedge (a_2^{13} \rightarrow (\neg a_1^{13} \wedge \neg a_3^{13} \wedge \neg a_4^{13})) \wedge (a_3^{13} \rightarrow (\neg a_2^{13} \wedge \neg a_1^{13} \wedge \neg a_4^{13})) \wedge (a_4^{13} \rightarrow (\neg a_1^{13} \wedge \neg a_2^{13} \wedge \neg a_3^{13})) \wedge$$

$$(a_1^{14} \rightarrow (\neg a_2^{14} \wedge \neg a_3^{14} \wedge \neg a_4^{14})) \wedge (a_2^{14} \rightarrow (\neg a_1^{14} \wedge \neg a_3^{14} \wedge \neg a_4^{14})) \wedge (a_3^{14} \rightarrow (\neg a_2^{14} \wedge \neg a_1^{14} \wedge \neg a_4^{14})) \wedge (a_4^{14} \rightarrow (\neg a_1^{14} \wedge \neg a_2^{14} \wedge \neg a_3^{14})) \wedge$$

$$(a_1^{21} \rightarrow (\neg a_2^{21} \wedge \neg a_3^{21} \wedge \neg a_4^{21})) \wedge (a_2^{21} \rightarrow (\neg a_1^{21} \wedge \neg a_3^{21} \wedge \neg a_4^{21})) \wedge (a_3^{21} \rightarrow (\neg a_2^{21} \wedge \neg a_1^{21} \wedge \neg a_4^{21})) \wedge (a_4^{21} \rightarrow (\neg a_1^{21} \wedge \neg a_2^{21} \wedge \neg a_3^{21})) \wedge$$

$$(a_1^{22} \rightarrow (\neg a_2^{22} \wedge \neg a_3^{22} \wedge \neg a_4^{22})) \wedge (a_2^{22} \rightarrow (\neg a_1^{22} \wedge \neg a_3^{22} \wedge \neg a_4^{22})) \wedge (a_3^{22} \rightarrow (\neg a_2^{22} \wedge \neg a_1^{22} \wedge \neg a_4^{22})) \wedge (a_4^{22} \rightarrow (\neg a_1^{22} \wedge \neg a_2^{22} \wedge \neg a_3^{22})) \wedge$$

$$(a_1^{23} \rightarrow (\neg a_2^{23} \wedge \neg a_3^{23} \wedge \neg a_4^{23})) \wedge (a_2^{23} \rightarrow (\neg a_1^{23} \wedge \neg a_3^{23} \wedge \neg a_4^{23})) \wedge (a_3^{23} \rightarrow (\neg a_2^{23} \wedge \neg a_1^{23} \wedge \neg a_4^{23})) \wedge (a_4^{23} \rightarrow (\neg a_1^{23} \wedge \neg a_2^{23} \wedge \neg a_3^{23})) \wedge$$

$$(a_1^{24} \rightarrow (\neg a_2^{24} \wedge \neg a_3^{24} \wedge \neg a_4^{24})) \wedge (a_2^{24} \rightarrow (\neg a_1^{24} \wedge \neg a_3^{24} \wedge \neg a_4^{24})) \wedge (a_3^{24} \rightarrow (\neg a_2^{24} \wedge \neg a_1^{24} \wedge \neg a_4^{24})) \wedge (a_4^{24} \rightarrow (\neg a_1^{24} \wedge \neg a_2^{24} \wedge \neg a_3^{24})) \wedge$$

$$(a_1^{31} \rightarrow (\neg a_2^{31} \wedge \neg a_3^{31} \wedge \neg a_4^{31})) \wedge (a_2^{31} \rightarrow (\neg a_1^{31} \wedge \neg a_3^{31} \wedge \neg a_4^{31})) \wedge (a_3^{31} \rightarrow (\neg a_2^{31} \wedge \neg a_1^{31} \wedge \neg a_4^{31})) \wedge (a_4^{31} \rightarrow (\neg a_1^{31} \wedge \neg a_2^{31} \wedge \neg a_3^{31})) \wedge$$

$$(a_1^{32} \rightarrow (\neg a_2^{32} \wedge \neg a_3^{32} \wedge \neg a_4^{32})) \wedge (a_2^{32} \rightarrow (\neg a_1^{32} \wedge \neg a_3^{32} \wedge \neg a_4^{32})) \wedge (a_3^{32} \rightarrow (\neg a_2^{32} \wedge \neg a_1^{32} \wedge \neg a_4^{32})) \wedge (a_4^{32} \rightarrow (\neg a_1^{32} \wedge \neg a_2^{32} \wedge \neg a_3^{32})) \wedge$$

$$(a_1^{33} \rightarrow (\neg a_2^{33} \wedge \neg a_3^{33} \wedge \neg a_4^{33})) \wedge (a_2^{33} \rightarrow (\neg a_1^{33} \wedge \neg a_3^{33} \wedge \neg a_4^{33})) \wedge (a_3^{33} \rightarrow (\neg a_2^{33} \wedge \neg a_1^{33} \wedge \neg a_4^{33})) \wedge (a_4^{33} \rightarrow (\neg a_1^{33} \wedge \neg a_2^{33} \wedge \neg a_3^{33})) \wedge$$

$a_3^{11}, a_1^{12}, a_2^{13}, a_4^{14}$

$a_4^{21}, a_2^{22}, a_1^{23}, a_3^{24}$

$a_2^{31}, a_4^{32}, a_3^{33}, a_1^{34}$

$a_1^{41}, a_3^{42}, a_4^{43}, a_2^{44}$

	1		4
	2		
	4		1
			2

$a_3^{11}, a_1^{12}, a_2^{13}, a_4^{14}$

$a_4^{21}, a_2^{22}, a_1^{23}, a_3^{24}$

$a_2^{31}, a_4^{32}, a_3^{33}, a_1^{34}$

$a_1^{41}, a_3^{42}, a_4^{43}, a_2^{44}$

3	1	2	4
4	2	1	3
2	4	3	1
1	3	4	2

Vad betyder detta?

- Sudoku är inte svårare än SAT
- SAT lösning effektivt \Rightarrow Sudoku lösning effektivt

- Finns bättre sätt att beskriva sudoku som SAT,
- SAT är inte heller svårare än Sudoku.
- Inga effektiva sätt att lösa effektivt.
 - Effektiv sudokulösare är värd 1 000 000 dollar.

- Finns bättre sätt att beskriva sudoku som SAT,
- SAT är inte heller svårare än Sudoku.
- Inga effektiva sätt att lösa effektivt.
 - Effektiv sudokulösare är värd 1 000 000 dollar.

Hur jag skulle göra det

	1		4
	2		
	4		1
			2

- 2 variabler per ruta $b_1^{xy} b_2^{xy} =$ värdet i rutan x/y som ett binärt värde.
- Tvinga siffrorna som redan finns färdigt:.

$$\neg b_1^{12} \wedge b_2^{12} \wedge b_1^{14} \wedge \neg b_2^{14} \dots$$

- Varje rad/kolumn/stor ruta måste innehålla olika siffror

$$(\neg(b_1^{11} \leftrightarrow b_1^{12})) \vee (\neg(b_2^{11} \leftrightarrow b_2^{12}))$$

$$(\neg(b_1^{11} \leftrightarrow b_1^{13})) \vee (\neg(b_2^{11} \leftrightarrow b_2^{13}))$$

$$(\neg(b_1^{11} \leftrightarrow b_1^{14})) \vee (\neg(b_2^{11} \leftrightarrow b_2^{14}))$$