

Intuition i matematik

Jeremias Berg

Gymnasiet Lärkan

5 mars 2014

- Matematik = absoluta svar
- Regler
- Behövs det intuition?
- Behövs det regler?

Vad håller vi på med?



- Skillnader mellan gymnasie- och universitetsmatematik.
- Vilken roll spelar intuition?
 - Hitta fel.
 - Förstående.
 - Flera olika svar?

$$a = b \quad (1)$$

$$a \cdot a = a \cdot b \quad (2)$$

$$a^2 = aba^2 - b^2 = ab - b^2 \quad (3)$$

$$(a + b)(a - b) = b(a - b) \quad (4)$$

$$(a + b) = b \quad (5)$$

$$b + b = b \quad (6)$$

$$2b = b \quad (7)$$

$$2 = 1 \quad (8)$$

$$a = b \quad (9)$$

$$a \cdot a = a \cdot b \quad (10)$$

$$a^2 = aba^2 - b^2 = ab - b^2 \quad (11)$$

$$\mathbf{(a + b)(a - b) = b(a - b)} \quad (12)$$

$$\mathbf{(a + b) = b} \quad (13)$$

$$b + b = b \quad (14)$$

$$2b = b \quad (15)$$

$$2 = 1 \quad (16)$$

- Indelning i grupper
- Matematisk Rappakalja.
- Var och en hör andras svar och väljer den rättaste.
- Vissa är lite ovanför gymnasiematematik.

Varför är vinkelsumman i en triangel 180° ?

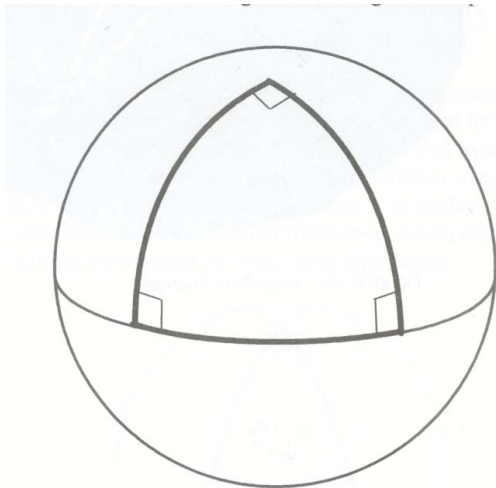


Figure 6.13 Triple-right triangle on a sphere

- Påminnelse: $i = \sqrt{-1}$
- Därmed $i \cdot i = -1$

Problem 1

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{-1 \cdot -1} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = i \cdot i = -1 \quad (17)$$

- Påminnelse: $i = \sqrt{-1}$
- Därmed $i \cdot i = -1$

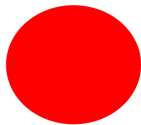
Problem 1

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{-1 \cdot -1} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = i \cdot i = -1 \quad (17)$$

$$\begin{aligned}1 &= \sqrt{1} = \sqrt{-1 \cdot -1} = \\ &\quad \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = \\ &\quad i \cdot i = -1\end{aligned}$$

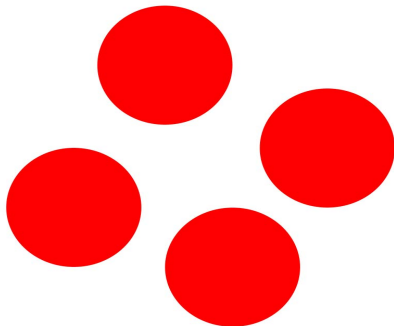
Alla hästar är av samma färg

I en grupp med 1 häst är alla hästar av samma färg.



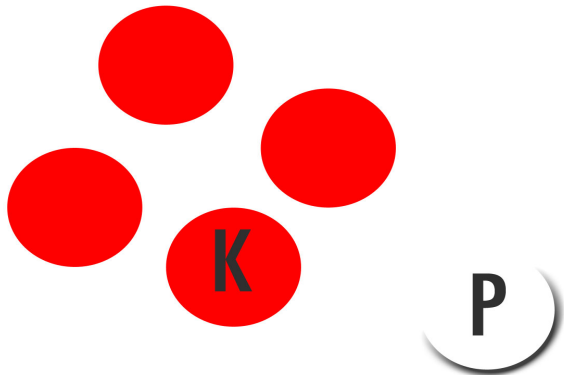
Alla hästar är av samma färg

Antag att i vilken som helst grupp med högst X hästar är alla hästar av samma färg.



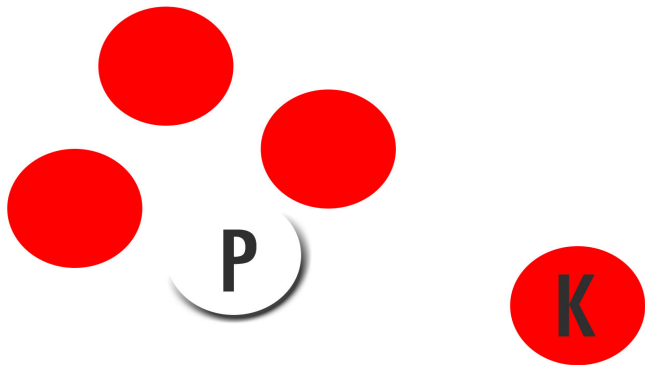
Alla hästar är av samma färg

Tag en häst som inte tillhör gruppen, Pelle, och en som gör, Kalle



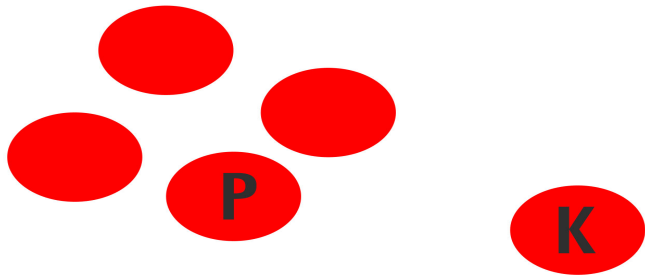
Alla hästar är av samma färg

Tag bort Kalle från gruppen och lägg till Pelle.



Alla hästar är av samma färg

- Gruppen har igen X hästar så alla är av samma färg.
- Nu är Pelle samma färg som de andra $X - 1$ hästarna i gruppen.
- Men Kalle är också av samma färg \Rightarrow Pelle och Kalle är av samma färg,



- Vad händer om $X = 1$?



$$0.999\dots = 1$$

$$0.999999\dots = 1$$

- Är det så? Varför? Varför inte?

$$0.999999 \dots = x$$

$$9.999999 \dots = 10x$$

$$9.000000 \dots = 9x$$

$$x = 1$$

ELLER:

$$0.999999 \dots = 0.9 + 0.09 + 0.009 + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} (0.9 \cdot 10^{-i}) = 1$$

Dividera med 0

Varför får man inte dividera med 0?

$$\frac{3}{0} = c$$
$$c \cdot 0 = 3$$

- Väntevärdet, ett medeltal!
- Summan av värdena gånger sannolikheterna.

Tärningskast

Väntevärdet på ett tärnings kast:

$$\frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{1}{6} \cdot 5 + \frac{1}{6} \cdot 6 = 3.5$$

- Väntevärdet, ett medeltal!
- Summan av värdena gånger sannolikheterna.

Tärningskast

Väntevärdet på ett tärnings kast:

$$\frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{1}{6} \cdot 5 + \frac{1}{6} \cdot 6 = 3.5$$

St Petersburg paradox

- Slinga en slant tills det blir klave.
- Vinn 2^n där n är mängden kronor.
- Hur mycket skulle du sätta ner på att spela?

- Väntevärdet på vinsten:

$$2^0 \cdot \frac{1}{2} + 2^1 \cdot \frac{1}{4} + 2^2 \cdot \frac{1}{8} \dots = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots = \infty$$

Breven

- 2 kuvert
- Ye i ena, 2Ye i andra.



- Antag att det är X euro i brevet som du valde.
- $2X$ i andra brevet med sannolikhet $\frac{1}{2}$
- $\frac{X}{2}$ med samma sannolikhet:

Väntevärde:

$$2X \cdot \frac{1}{2} + \frac{X}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4}X$$

- Väntevärdet är mera än vad du har nu. Lönar sig att byta.

- Bygger på antagandet att info om X inte ger någon info.
- Påverkar info om att det är 100 euro i brevet ditt val?
- Bayes Statistik.

Russels Paradox

- Veldig kjent!
- En stad.
- Alla män måste raka sig.
- Finns en barberare som rakar endast de som inte rakar sig själva.

- Vem rakar barberaren?